

Analisis Solusi Relasi Rekurens pada Exponential Moving Average dalam Deteksi Tren Harga Saham

Klio Lysander - 13525020

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10 Bandung

E-mail: kliolysander17@gmail.com , 13525020@std.stei.itb.ac.id

Abstract—Pasar saham merupakan pasar yang memiliki volatilitas tinggi sehingga membutuhkan indikator teknikal yang responsif seperti *Exponential Moving Average* untuk mendeteksi tren suatu saham. Walaupun sering digunakan luas, struktur komputasi indikator ini jarang dianalisis menggunakan matematika formal. Makalah ini memodelkan perhitungan EMA sebagai relasi rekurens linear orde pertama non-homogen untuk menghasilkan solusinya serta menganalisis perilaku konvergensi dan sensitivitas indikatornya. Model ini kemudian diaplikasikan menggunakan *Python* dan diimplementasikan pada harga saham MDKA. Eksperimen ini menjelaskan bagaimana perbedaan laju peluruhan parametrik dari dua relasi rekurens EMA mendeteksi persilangan yang terjadi. Representasi berbasis rekursi ini memberikan kerangka yang terstruktur, presisi, dan valid untuk mengevaluasi sinyal pergerakan harga secara dinamis.

Keywords—*Relasi Rekurens, Exponential Moving Average, Tren, Python*

I. PENDAHULUAN

Pasar saham merupakan salah satu instrumen keuangan yang dapat digunakan oleh setiap individu atau institusi untuk melakukan transaksi jual beli kepemilikan suatu perusahaan dalam bentuk lembar saham. Pasar saham adalah salah satu indikator yang dapat menjadi cerminan dari kondisi ekonomi suatu negara. Pergerakan harga saham sendiri dipengaruhi oleh berbagai faktor, mulai dari kondisi makroekonomi, kebijakan pemerintah, kinerja keuangan perusahaan, hingga sentimen dari ekonomi global. Karena sifatnya yang cukup dinamis dan tidak memiliki kepastian, analisis pergerakan harga saham menjadi hal yang penting bagi pelaku pasar untuk mengambil keputusan *trading* yang tepat.

Indeks Harga Saham Gabungan sebagai pasar saham resmi Indonesia tengah menghadapi tekanan ekonomi yang cukup berat sejak awal tahun 2026. Mulai dari sentimen MSCI dan FTSE, Ketidakpastian kebijakan perdagangan global, pelemahan nilai tukar rupiah yang signifikan hingga tingginya outflow asing secara besar-besaran yang turut memperparah kondisi IHSG saat ini. Sebagai fakta tambahan, IHSG sendiri sudah turun hingga hampir 40% dari harga *all time high* IHSG sebesar 9174. Kondisi memprihatinkan ini, membuat para investor membutuhkan alat teknikal analisis yang valid dan andal untuk membaca arah pergerakan pasar sebelum mengambil posisi untuk berinvestasi.

Salah satu pendekatan yang cukup umum digunakan dalam analisis teknikal adalah *moving average* yaitu rata-rata pergerakan harga dalam periode tertentu untuk mengidentifikasi tren jangka panjang. Terdapat berbagai jenis *moving average*, salah satunya adalah *Exponential Moving Average*. EMA dikenal lebih unggul karena memberikan bobot yang lebih besar pada harga terkini sehingga lebih responsif terhadap adanya perubahan tren. Inilah yang membuat EMA dipilih oleh para pelaku pasar terutama dalam kondisi pasar yang volatil seperti kondisi saat ini di Indonesia ^{[3][5]}.

Indikator EMA menggunakan struktur matematika dengan penggunaannya yang luas. Proses perhitungannya menggunakan analisis rekursif, dimana nilai EMA pada waktu tertentu bergantung pada nilai EMA pada rentang waktu sebelumnya ^[4]. Melalui analisis relasi rekurens, indikator ini dapat dianalisis secara matematis dengan lebih formal, mulai dari memahami sifat konvergensinya hingga mengkaji pengaruh parameter pemulusan terhadap perilaku dinamisnya.

Makalah ini bertujuan untuk mengkaji penggunaan EMA melalui pendekatan relasi rekurens dalam matematika diskrit. Secara spesifik, akan dilakukan pemodelan EMA sebagai relasi rekurens linear orde pertama dengan menurunkan solusi bentuk tertutupnya secara analitis. Selain itu makalah ini juga mengimplementasikan model tersebut dalam bahasa *Python* dan melakukan eksperimen pada data harga saham di pasar Indonesia yang berguna untuk menganalisis bagaimana penggunaan relasi rekurens EMA dapat mempengaruhi kemampuan dalam mendeteksi tren harga saham.

II. LANDASAN TEORI

A. Relasi Rekurens

Relasi rekurens adalah persamaan yang mendefinisikan setiap suku dalam barisan tertentu sebagai fungsi dari suku-suku sebelumnya^[1]. Relasi rekurens dapat dinyatakan secara matematis yaitu:

$$a_n = f(a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_{n-k})$$

dimana dalam hal ini, nilai suku ke- n ditentukan oleh nilai dari suku-suku sebelumnya. Relasi rekurens cukup banyak digunakan untuk memodelkan fenomena yang memiliki sifat bertahap dan berurutan, seperti pertumbuhan populasi, perhitungan indikator keuangan, dan lain sebagainya.

Relasi rekurens memiliki berbagai jenis berdasarkan karakteristik tertentu. Berdasarkan ordenya, relasi rekurensi orde pertama bergantung pada satu suku sebelumnya, orde kedua bergantung pada dua suku sebelumnya, dan begitupun seterusnya. Berdasarkan sisi linearitas, relasi rekurens linear merupakan relasi dengan setiap suku sebelumnya berpangkat satu tanpa perkalian antara suku. Relasi linier terbagi menjadi 2 jenis yaitu homogen apabila tidak terdapat suku tambahan yang tidak bergantung pada barisan dan non-homogen apabila terdapat suku tambahan yang bergantung pada barisan.

B. Solusi Relasi Rekurens Linier Orde Pertama

Relasi rekurens linier pada orde pertama dengan sifat non-homogen memiliki bentuk umum sebagai berikut.

$$a_n = c \cdot a_{n-1} + f(n)$$

Sebagai keterangan, c merupakan konstanta dan $f(n)$ adalah fungsi dari n yang disebut sebagai suku non-homogen. Persamaan ini dapat diselesaikan dengan menggunakan gabungan dari dua komponen yaitu solusi homogen dan solusi partikular^[2].

Solusi homogen dapat diperoleh dengan mengabaikan suku non-homogen sehingga hanya akan menyisakan persamaan $a_n = c \cdot a_{n-1}$. Persamaan baru ini dapat diselesaikan dengan cara berikut:

$$a_n = c \cdot a_{n-1} = c \cdot c \cdot a_{n-2} = \dots = c^n \cdot a_0$$

Pada persamaan berikut, a_0 adalah konstanta yang telah ditentukan terlebih dahulu sejak awal. Dari bentuk ini, solusi homogen sangat bergantung pada nilai koefisien c , dimana apabila $|c| < 1$, maka solusi konvergen akan menuju nol seiring meningkatnya angka n , namun apabila $|c| > 1$, solusi akan menghasilkan jawaban yang tak terbatas seiring meningkatnya nilai n .

Solusi partikular dapat diperoleh berdasarkan bentuk dari $f(n)$. Apabila $f(n)$ merupakan suatu konstanta (misal d), maka solusi dapat diperoleh dengan mengasumsikan $a_n = K$, dengan K merupakan suatu konstanta. Dengan mensubstitusikan asumsi terhadap persamaan $K = c \cdot K + d$, maka akan didapat $K = \frac{d}{1-c}$. Maka dari itu solusi lengkap dari persamaan relasi rekurens ini adalah $a_n = A \cdot c^n + \frac{d}{1-c}$, dengan A didapat dari penyelesaian berikut:

$$a_0 = A \cdot c^0 + \frac{d}{1-c}$$

$$A = a_0 - \frac{d}{1-c}$$

Sehingga didapatkan solusi lengkap secara tertutup yaitu $a_n = \left(a_0 - \frac{d}{1-c}\right) c^n + \frac{d}{1-c}$. Melalui bentuk ini nilai a_n dapat dihitung langsung untuk setiap n tanpa harus menghitung suku-suku sebelumnya.

C. Analisis Teknikal dan Moving Average

Analisis Teknikal merupakan salah satu pendekatan yang digunakan untuk menganalisis pergerakan harga, volume, dan bagian teknis lainnya untuk memprediksi arah pergerakan

harga. Berbeda dengan analisis fundamental yang menganalisis pola keuangan perusahaan, analisis teknikal memprediksi harga dari seluruh informasi yang relevan yang telah tercermin dalam pergerakan harga pasar dan pola yang cenderung berulang. Oleh karena itu, berbagai indikator matematis sangat diperlukan dan banyak dikembangkan untuk membantu para investor membaca tren dan menentukan keputusan secara tepat^[5].

Salah satu indikator yang cukup sering digunakan adalah *moving average* yaitu indikator yang menghitung nilai rata-rata dari sejumlah data harga dalam periode tertentu dan akan terus diperbarui sesuai dengan berjalannya waktu. Indikator ini dapat digunakan untuk menghaluskan fluktuasi harga dalam jangka pendek yang bersifat acak agar tren jangka panjang dapat terlihat jelas. Jenis *moving average* yang paling sederhana adalah *simple moving average* dengan menghitung rata-rata harga penutupan selama n periode^[3]. Rumus SMA dapat dinyatakan dengan:

$$SMA_n = \frac{P_t + P_{t-1} + \dots + P_{t-n+1}}{n}$$

dimana P_t merupakan harga penutupan pada periode t . Indikator SMA memiliki kelemahan yaitu memberikan bobot yang identik pada seluruh data dalam perhitungan sehingga indikator ini cenderung lambat merespons perubahan tren.

D. Exponential Moving Average

Exponential Moving Average merupakan indikator *moving average* yang menggunakan skema pembobotan eksponensial^[4] dimana harga yang baru akan mendapatkan bobot lebih besar sementara yang lama akan menurun secara eksponensial seiring berjalannya waktu. Hal ini dapat membuat indikator EMA lebih responsif terhadap perubahan harga dibanding SMA namun tetap memperhatikan data historis dalam perhitungan.

Pembobotan EMA dipengaruhi oleh sebuah faktor α dengan $0 < \alpha < 1$. Nilai α yang umum digunakan berasal dari panjang periode n menggunakan rumus $\alpha = \frac{2}{n+1}$. Contohnya, jika EMA menggunakan periode 12 maka faktor $\alpha = \frac{2}{13}$. Semakin besar nilai α , maka proporsi bobot yang diberikan kepada harga terkini semakin besar dan EMA akan lebih cepat bereaksi terhadap tren.

Dalam praktiknya, EMA sering digunakan dengan indikator lain untuk memberikan sinyal yang lebih pasti. Sinyal tersebut dikenal dengan istilah *Golden Cross* dan *Death Cross*^[5]. *Golden Cross* terjadi ketika EMA periode pendek memotong EMA periode panjang dari bawah ke atas yang mengindikasikan potensi tren kembali naik. Sebaliknya, *Death Cross* terjadi ketika EMA periode pendek memotong EMA periode panjang dari atas ke bawah yang mengindikasikan potensi tren akan turun. Kedua sinyal ini akan menjadi dasar berbagai strategi investasi yang banyak digunakan.

E. EMA Sebagai Relasi Rekurens

Pada perhitungan sebelumnya, persamaan EMA pada periode waktu t didefinisikan sebagai berikut.

$$EMA_t = (1 - \alpha) \cdot EMA_{t-1} + \alpha \cdot P_t$$

Dari persamaan tersebut, terlihat bahwa rumus EMA ini ditentukan secara langsung oleh nilai EMA pada periode sebelumnya. Maka dari itu, EMA dapat dinyatakan sebagai relasi rekurens dengan syarat awal bahwa nilai $EMA_0 = P_0$ dengan P_0 adalah nilai EMA pada harga penutupan periode pertama tersebut [4].

Dengan membandingkan persamaan ini terhadap relasi rekurens linier orde pertama non-homogen $a_n = c \cdot a_{n-1} + f(n)$, maka dapat disamakan bahwa $c = (1 - \alpha)$ dan suku non-homogen $f(t) = \alpha \cdot P_t$. Karena faktor α berada dalam rentang $0 < \alpha < 1$, maka koefisien rekurens juga akan bernilai di antara 0 dan 1.

Sifat linear dari relasi rekurens EMA ini memiliki implikasi yang signifikan. Linearitas ini berarti perubahan nilai P_t akan menghasilkan perubahan yang responsif pada EMA_t , tanpa adanya efek non-linear. Inilah yang membuat EMA relatif mudah dianalisis secara matematis dan stabil secara numerik

III. DATASET, PEMODELAN, METODE, DAN ANALISIS RELASI REKURENS PADA EMA

A. Dataset Eksperimen

Eksperimen akan dilakukan dengan data harga penutupan setiap harinya pada saham perusahaan PT Merdeka Copper Gold Tbk dengan kode emiten MDKA. Data diperoleh dengan dari website *yfinance* yang diunduh menggunakan kode *Python* dari rentang waktu 4 Januari 2016 hingga 17 Juni 2026 dimana terdapat 2565 hari bursa berjalan. Untuk data pada tanggal 17 Juni 2026 akan digunakan untuk memverifikasi sinyal pasar. Saham MDKA dipilih karena terdapat karakteristik pergerakannya yang lumayan dinamis dimana pada tahun 2021-2022 terdapat lonjakan harga komoditas dan selanjutnya terdapat koreksi yang signifikan terhadap periode berikutnya. Karakteristik ini cukup mampu untuk menguji indikator EMA dalam mendeteksi tren pasar yang volatil. Pengambilan data sejak 4 Januari 2016 dilakukan dengan pertimbangan periode setengah tahun sejak saham MDKA *listing* di BEI karena setelah IPO umumnya saham memiliki volume perdagangan tipis dan belum mencerminkan pasar yang likuid.

Implementasi dilakukan dengan bantuan program *Python* dengan *library* *pandas* untuk manipulasi data, *numpy* untuk perhitungan numerik, dan *matplotlib* untuk menghasilkan visualisasi data. Pada program tersebut telah dibuat fungsi untuk mengimplementasikan secara langsung sesuai dengan relasi rekurens EMA.

Dalam solusi bentuk tertutup EMA dibutuhkan nilai awal dan harga konstan P . Pada eksperimen ini digunakan $P_0 = 400$ sebagai nilai awal harga saham MDKA pada periode pengamatan, harga kesetimbangan $P = 2000$ berdasarkan harga konstan jangka panjang MDKA dari rata-rata

historisnya, dan nilai $\alpha = 0,3$ yang akan digunakan dalam perhitungan.

B. Penurunan Solusi Bentuk Tertutup

Untuk menurunkan solusi tertutup, akan diasumsikan bahwa harga P_t bersifat konstan untuk semua t [2]. Hal ini dilakukan untuk menyederhanakan penurunan matematis yang memungkinkan penurunan solusi tertutup secara analitik yang berfungsi untuk menganalisis jangka panjang nilai EMA sendiri khususnya pada sifat konvergensi dan pengaruh parameter α atau periode EMA tersebut. Selain itu, adanya asumsi bahwa solusi partikular adalah sebuah konstanta K disebabkan karena suku non-homogen $\alpha \cdot P$ juga merupakan konstanta, sehingga berdasarkan prinsip metode koefisien tak tentu, solusi partikular mengikuti bentuk suku penggerakannya dimana apabila suku penggerak bersifat konstan, maka solusi partikularnya juga diasumsikan konstan.

Dengan melakukan solusi homogen, maka suku $\alpha \cdot P$ akan diabaikan sehingga persamaan menjadi:

$$\begin{aligned} EMA_t &= (1 - \alpha) \cdot EMA_{t-1} \\ EMA_t &= (1 - \alpha)^2 \cdot EMA_{t-2} = \dots = (1 - \alpha)^t \cdot EMA_0 \\ &= A \cdot (1 - \alpha)^t \end{aligned}$$

dengan A adalah konstanta yang ditentukan dari syarat awal.

Kemudian akan dilakukan solusi partikular, dengan mengasumsikan solusi partikularnya berupa konstanta sehingga akan dilakukan substitusi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} K &= (1 - \alpha) \cdot K + \alpha \cdot P \\ K \cdot [1 - (1 - \alpha)] &= \alpha \cdot P \\ K \cdot \alpha &= \alpha \cdot P \\ K &= P \end{aligned}$$

Solusi lengkap didapatkan dari gabungan solusi homogen dan partikular:

$$EMA_t = EMA_0 \cdot (1 - \alpha)^t + P$$

Karena konstanta A ditentukan dari syarat awal $EMA_0 = P_0$:

$$\begin{aligned} P_0 &= A \cdot (1 - \alpha)^0 + P \\ P_0 &= A + P \\ A &= P_0 - P \end{aligned}$$

Sehingga melalui substitusi nilai A diperoleh solusi bentuk tertutup dari relasi rekurens EMA sebagai berikut.

$$EMA_t = (P_0 - P)(1 - \alpha)^t + P$$

Pada persamaan tersebut, suku $(P_0 - P)(1 - \alpha)^t$ merupakan penyimpangan nilai awal EMA terhadap harga keseimbangan P yang akan meluruh secara eksponensial seiring meningkatnya t . Suku P merupakan nilai keseimbangan yang akan dicapai EMA dalam jangka panjang. Bentuk ini dapat digunakan untuk menghitung nilai EMA secara langsung untuk setiap t tanpa harus menghitung suku sebelumnya.

C. Analisis Pengaruh Parameter α dan Kecepatan Konvergensi

Dari solusi tertutup, dapat dianalisis bahwa karena $0 < \alpha < 1$ maka $0 < 1 - \alpha < 1$, sehingga berlaku bahwa

$\lim_{t \rightarrow \infty} (1 - \alpha)^t = 0$. Akibatnya $\lim_{t \rightarrow \infty} EMA_t = (P_0 - P) \cdot 0 + P = P$. Hal ini membuktikan bahwa EMA akan selalu konvergen menuju harga kesetimbangan P dalam jangka panjang terlepas dari nilai dasar EMA . Artinya, pengaruh dari nilai awal EMA akan memudar secara alami seiring berjalannya waktu sehingga kesalahan dalam pemilihan nilai awal tidak akan berdampak pada perhitungan EMA .

Kecepatan EMA dalam mendekati nilai kesetimbangan P ditentukan oleh besar kecilnya nilai $(1 - \alpha)^t$. Untuk mengukur cepatnya pengaruh nilai awal memudar dapat didefinisikan pada suatu koefisien dimana pengaruh nilai awal dianggap tidak signifikan apabila $(1 - \alpha)^t < \epsilon$. Dengan menyelesaikan persamaan tersebut menggunakan logaritma natural maka diperoleh $t > \frac{\ln \epsilon}{\ln(1 - \alpha)}$. Hal ini dapat disimpulkan bahwa jika EMA dengan α yang kecil memerlukan data historis yang jauh lebih panjang sebelum nilainya dapat dianggap stabil dan tidak terpengaruh nilai awal. Di sisi lain, jika EMA dengan α besar lebih cepat stabil namun lebih sensitif terhadap fluktuasi harga jarang pendek.

Sensitivitas EMA terhadap perubahan harga juga menjadi poin penting dalam membahas persoalan itu. Apabila harga P berubah dalam rentang tertentu pada periode t , maka perubahan yang terjadi pada nilai EMA_t adalah $\Delta EMA_t = \alpha \cdot \Delta P$. Perubahan ini akan terus merambat ke periode-periode berikutnya yang semakin kecil sehingga persamaannya akan membentuk $\Delta EMA_{t+k} = \alpha(1 - \alpha)^k \cdot \Delta P$. Kedua persamaan ini menunjukkan bahwa dampak suatu perubahan juga dapat memudar secara eksponensial seiring berjalannya waktu. Inilah yang menjadi alasan EMA dengan α besar dinilai lebih responsif namun juga lebih rentan terhadap sinyal tidak benar dalam analisis. Di sisi lain, EMA dengan α kecil lebih andal dalam mendeteksi tren jangka panjang karena membuat setiap perubahan harga memberikan dampak yang lebih kecil.



Gambar 1. Perbandingan EMA dengan Berbagai Nilai α

Sebagai contoh, pada grafik tersebut terlihat bahwa periode harga saham MDKA terlihat stabil pada tahun 2016-2018 dimana setiap nilai EMA berhimpit satu sama lain sehingga perbedaan nilai α tidak akan menghasilkan perbedaan yang signifikan. Perbedaan baru terlihat jelas ketika periode tahun 2021-2022 harga saham melonjak akibat sentimen positif pasar. Pada periode ini EMA dengan nilai $\alpha = 0,5$ mengalami peluruhan lebih cepat sehingga dapat merespon harga pasar lebih cepat.

D. Metode Mendeteksi Tren Menggunakan EMA

Metode yang akan digunakan adalah dengan membandingkan harga aktual terhadap nilai EMA . Jika harga suatu saham berada di atas EMA pada periode tertentu, membuktikan bahwa harga sedang bergerak cepat dibanding rata-rata terbobotnya dimana hal ini menandakan tren naik. Metode ini cukup sederhana sebagai indikator awal untuk menentukan arah tren

Metode yang akan digunakan selanjutnya adalah dengan membandingkan dua EMA dengan 2 periode berbeda yaitu periode pendek dan panjang, dimana periode pendek memiliki α lebih besar dan responsif dibandingkan periode panjang. Persilangan keduanya akan memberikan sinyal utama berupa *Golden Cross* dan *Death Cross* yang telah dibahas sebelumnya. Melalui metode ini, dapat ditentukan sinyal beli, jual, dan *hold* sebagai berikut [5]:

1. Sinyal beli dapat dilakukan ketika $EMA_{short,t} > EMA_{long,t}$ dan $EMA_{short,t-1} \leq EMA_{long,t-1}$
2. Sinyal jual dapat dilakukan ketika $EMA_{short,t} < EMA_{long,t}$ dan $EMA_{short,t-1} \geq EMA_{long,t-1}$
3. Sinyal *hold* dapat dilakukan ketika tidak terjadi persilangan antara EMA periode pendek dan panjang

Dengan demikian sinyal jual beli hanya terjadi jika terjadi persilangan, bukan setiap periode yang dimana salah satu EMA berada diatas yang lain.

E. Keterbatasan Model EMA

Indikator EMA merupakan salah satu *lagging indicator* dalam analisis teknikal. Hal ini dapat dijelaskan dari struktur relasi rekurensnya dimana nilai setiap EMA pada periode tertentu bergantung pada setiap harga sebelumnya dengan bobot $(1 - \alpha)^k$ yang meluruh secara eksponensial. Setiap sinyal yang dihasilkan EMA pasti akan selalu tertunda terhadap perubahan harga aktual.

Selain itu, sinyal *Golden Cross* dan *Death Cross* yang dihasilkan dari persilangan dua nilai EMA yang berbeda periode cukup rentan dalam menghasilkan *false signal* pada kondisi harga pasar yang *sideways* (hanya bergerak dalam rentang tertentu, tidak melebihi atau dibawah rentang tersebut). Pada kondisi ini, dua EMA sering kali akan saling berpotongan dengan frekuensi yang tinggi tanpa adanya indikasi perubahan tren. Tentunya, pada kondisi yang riil, dibutuhkan indikator yang lain untuk memastikan tren pasar dan mengambil keputusan yang tepat.

IV. IMPLEMENTASI DAN EKSPERIMEN

A. Implementasi Algoritma Relasi Rekurens EMA pada Python

```
def calculate_ema(prices, alpha):
    ema = np.zeros(len(prices))
    ema[0] = prices[0]
    for t in range(1, len(prices)):
        ema[t] = alpha * prices[t] + (1 - alpha) * ema[t - 1]
    return ema
```

Gambar 2. Program Perhitungan EMA pada Python

Berdasarkan pemodelan matematika, rumus dari indikator EMA dapat diimplementasikan secara langsung ke dalam algoritma menggunakan bahasa pemrograman *Python*. Fungsi `calculate_ema` pada gambar 1 merupakan representasi dari relasi rekurens linear orde pertama. Sebagai basis, inisialisasi nilai EMA awal disamakan dengan nilai harga awal periode saham MDKA digunakan.

Meskipun secara teori, EMA didefinisikan sebagai fungsi rekursif, namun implementasi pada *python* dilakukan secara iterasi dengan alokasi struktur data *array*. Hal ini dilakukan sebagai optimisasi untuk menjaga efisien memori. Penggunaan program rekursif dengan ribuan data berisiko memicu penumpukan memori yang berisiko pada *stack overflow*. Transformasi logika rekursif ini menjadi iterasi menjadikan algoritma berjalan dengan kompleksitas waktu linear $O(n)$ dikarenakan tidak perlu adanya proses kalkulasi rekursif yang berulang.

B. Validasi Fungsi Rekursif dengan Solusi Bentuk Tertutup

```
P0 = 400
P = 2000
alpha_test = 0.3
n_periods = 50

const_prices = np.full(n_periods, float(P))
const_prices[0] = P0
ema_recursive = calculate_ema(const_prices, alpha_test)
t_arr = np.arange(n_periods)
ema_closed_form = (P0 - P) * (1 - alpha_test) ** t_arr + P
```

Gambar 3. Pemrograman Solusi Tertutup pada Python

Pengujian eksperimen untuk membandingkan hasil perhitungan algoritma rekursif dengan persamaan solusi bentuk tertutup berhasil diimplementasikan dengan bahasa pemrograman *Python*. Pada gambar 2, digunakan 50 periode sebagai waktu iterasi dengan menggunakan harga konstan P sebesar 2000. Nilai basis EMA tetap digunakan pada angka 400 sebagai harga awal saham MDKA pada periode yang digunakan. Program kemudian membandingkan hasil yang dilakukan secara rekursif dan dengan solusi tertutup.

```
t=0 : rekursif=400.0000, closed-form=400.0000
t=5 : rekursif=1731.0880, closed-form=1731.0880
t=10 : rekursif=1954.8040, closed-form=1954.8040
t=20 : rekursif=1998.7233, closed-form=1998.7233
t=49 : rekursif=2000.0000, closed-form=2000.0000
Selisih maksimum: 0.0000
```

Gambar 4. Perbandingan Fungsi Rekursif dan Solusi Tertutup

Pada gambar 4 tersebut menunjukkan hasil perbandingan nilai EMA dengan penggunaan fungsi rekursif dan solusi tertutup. Terlihat bahwa pada setiap nilai t yang digunakan, hasil dari keduanya menghasilkan angka yang sama. Ketiadaan selisih antara fungsi rekursif dan solusi tertutup memvalidasi bahwa penurunan matematis relasi rekurens menjadi persamaan fungsi biasa terbukti valid secara matematis. Hal ini membuktikan bahwa implementasi iteratif yang digunakan tetap menghasilkan nilai yang identik dimana optimisasi memori yang dilakukan untuk menghindari

program melakukan rekursi ribuan data tidak mengorbankan akurasi perhitungan.

C. Analisis Signal Melalui Deteksi Persilangan dua Relasi Rekurens EMA

```
alpha_short = 2 / (12 + 1)
alpha_long = 2 / (26 + 1)

df["EMA_short"] = calculate_ema(prices, alpha_short)
df["EMA_long"] = calculate_ema(prices, alpha_long)

df["diff"] = df["EMA_short"] - df["EMA_long"]
df["prev_diff"] = df["diff"].shift(1)

golden_cross = df[(df["diff"] > 0) & (df["prev_diff"] <= 0)]
death_cross = df[(df["diff"] < 0) & (df["prev_diff"] >= 0)]
```

Gambar 5. Pemrograman Deteksi Persilangan dengan Periode EMA Berbeda

Eksperimen pemrograman pada gambar 5 mengimplementasikan relasi rekurensi EMA secara paralel dengan indikator periode pendek yang digunakan adalah 12 dengan parameter peluruhan $\alpha = 0.154$ dan indikator periode panjang yang digunakan adalah 26 dengan parameter peluruhan $\alpha = 0.074$. Logika algoritma ini menghitung perbedaan nilai antara EMA periode pendek dan panjang pada waktu tertentu. Untuk mendeteksi terjadi persilangan dilakukan komparatif antara perbedaan nilai iterasi saat ini dengan nilai iterasi sebelumnya.



Gambar 6. Golden Cross dan Death Cross Saham MDKA

Pada Gambar 6 memvisualisasikan bagaimana *output* dari pemrograman tersebut yang disajikan dalam bentuk grafik. Peristiwa terjadinya *Golden Cross* yang ditandai dengan segitiga hijau terjadi ketika EMA dengan periode pendek mengalami kenaikan harga yang lebih tinggi dibandingkan EMA periode panjang. Hal ini disebabkan karena koefisien α yang lebih besar pada EMA periode pendek sehingga pembobot eksponensial pada data harga terbaru menjadi lebih dominan dan menyebabkan lonjakan harga. Sebaliknya pada peristiwa *Death Cross* yang ditandai dengan segitiga merah menunjukkan terjadinya penurunan harga yang drastis dimana bobot data yang terbaru menarik EMA periode pendek mengalami penurunan yang cukup tinggi.

Selama periode pengujian, ditunjukkan terdapat 47 sinyal *Golden Cross* serta 48 sinyal *Death Cross*. Frekuensi

persilangan yang terjadi menunjukkan adanya perbedaan laju peluruhan pada parameter kedua deret rekursif yang memproses fungsi harga yang sama. Hasil eksperimen ini mengonfirmasi bahwa indikator EMA sebagai relasi rekurens andal dalam memodelkan struktur tren pada pasar saham.

D. Validasi Model Relasi Rekurens Melalui Proyeksi Momentum Harga Terkini

Sebagai studi kasus, dilakukan analisis harga terakhir kedua relasi rekurens pada 15 Juni 2026 yang kemudian akan diverifikasi terhadap harga pasar pada 17 Juni 2026. Beberapa parameter yang akan digunakan, antara lain:

1. $P_{2563} = 2740$
2. $EMA_{short,2563} = 2592$
3. $EMA_{long,2563} = 2686$
4. $EMA_{short,2562} - EMA_{long,2562} = -116,65$

Dari data tersebut, diketahui bahwa selisih dari nilai EMA periode pendek dan panjang pada harga terakhir adalah -94,08 dengan harga terakhir saham lebih tinggi dibandingkan kedua nilai EMA. Hal ini menunjukkan bahwa terjadi penyempitan selisih dari -116,65 menjadi -94,08 yang diakibatkan karena nilai $\alpha_{short} > \alpha_{long}$, sehingga EMA_{short} akan mengalami kenaikan yang lebih besar dari kenaikan EMA_{long} .

Berdasarkan kategori sinyal, didapatkan informasi bahwa pada iterasi ke 2563 menandakan saham MDKA menghasilkan sinyal *Hold* namun agak bias *bearish* (tren turun) karena $EMA_{short} < EMA_{long}$ dan tidak terjadi adanya persilangan.

Pada penutupan hari 17 Juni 2026 atau iterasi ke 2564, harga MDKA menghasilkan sebesar 2730. Harga ini mengalami penurunan sebesar 10 rupiah dibandingkan dengan harga terakhir yaitu pada 15 Juni 2026, yang dimana hal ini sesuai dengan sinyal *Hold* yang bias *bearish* yang merupakan hasil relasi rekurens pada EMA periode pendek dan panjang. Pada iterasi ke-2564 ini, hasil solusi relasi rekurens pada $EMA_{short,2564} = 2613,45$ dan $EMA_{long,2564} = 2689,57$. Selisih keduanya semakin menyempit yaitu dari -94,08 hingga -76,12. Penyempitan ini terjadi karena harga saham MDKA masih berada di atas kedua relasi rekurens EMA dimana relasi rekurens EMA periode pendek akan bergerak lebih cepat dibanding EMA periode panjang. Meskipun harga terus konsisten dengan sinyal *hold* bias *bearish*, penyempitan ini dapat terus berlanjut hingga akhirnya menghasilkan kondisi *golden cross* dalam periode berikutnya.

V. Kesimpulan

Berdasarkan pemodelan matematis dan eksperimen yang telah dilakukan, indikator *Exponential Moving Average* (EMA) dapat dimodelkan secara tepat dengan menggunakan prinsip matematika diskrit khususnya sebagai relasi rekurens orde pertama dengan sifat non-homogen. Melalui penurunan matematis, relasi rekursif ini mampu dibuat menjadi solusi tertutup yang akan selalu konvergen menuju harga kesetimbangan dalam jangka panjang. Solusi yang didapatkan

ini kemudian diimplementasikan pada pemrograman *Python* terhadap data historis saham MDKA yang membuktikan bahwa perbedaan parameter peluruhan sebagai perbedaan periode yang digunakan pada relasi rekurensi EMA bekerja secara efektif. Struktur algoritma yang dihasilkan pun berhasil membuktikan bahwa terdapat momentum persilangan yang menghasilkan kemunculan 47 sinyal *Golden Cross* dan 48 sinyal *Death Cross*. Pengujian proyeksi tren pada iterasi beberapa hari terakhir menunjukkan terjadinya penyempitan yang berlangsung pada selisih nilai EMA periode pendek dan EMA periode panjang. Penyempitan ini menunjukkan bahwa eksekusi solusi model relasi rekurens cukup akurat merespon pergerakan harga secara tepat, dimana secara teori momentum tren pergerakan harga menuju indikasi tren naik.

VI. Lampiran

Link program:

<https://drive.google.com/file/d/1YYquytxXtHG0w37WZlQcEjZJJw5vvBMJ/view?usp=sharing>

VII. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. selaku dosen pengampu mata kuliah IF1220 Matematika Diskrit atas segala ilmu, bimbingan, dan arahan yang diberikan selama satu semester ini. Berkat Beliau, penulis banyak memperoleh wawasan baru yang berharga dalam dunia komputasi dan algoritma. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada kedua orang tua yang terus memberikan motivasi dan dukungan kepada penulis.

REFERENCES

- [1] R. Munir, "Barisan, sumasi, rekursi, dan relasi rekurens (Bagian 1)", [Online]. Available: [https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2025-2026/13-Barisan,%20rekursi-dan-relasi-rekurens%20\(Bagian1\)-2026.pdf](https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2025-2026/13-Barisan,%20rekursi-dan-relasi-rekurens%20(Bagian1)-2026.pdf). [Accessed: 14 Juni 2026].
- [2] K. H. Rosen, "Discrete Mathematics and Its Applications, 8th ed." [Online]. Available: <https://cis.temple.edu/~latecki/Courses/CIS2166-Fall25/RosenDiscreteMath8Ed.pdf>. [Accessed: 14 Juni 2026]
- [3] Manasa and Y. R. Reddy, "Trend Analysis by Weighted and Exponential Moving Average," *International Journal of Research and Innovation in Applied Science (IJRIAS)*. [Online]. Available: <https://rsisinternational.org/journals/ijrias/DigitalLibrary/volume-10-issue-7/1698-1705.pdf>. [Accessed: 15 Juni 2026]
- [4] F. Klinker, "Exponential Moving Average versus Moving Exponential Average," [Online]. Available: <https://www.semanticscholar.org/reader/923da671c46f901639a88bc4531238034e0a2323>. [Accessed: 15 Juni 2026].
- [5] I. Tunc, "Attempting and In-depth Understanding Stock Market Trends Using SMA and EMA," [Online]. Available: <https://ijps.in/admin1/upload/19%20Ilayda%20Tunc%2001439.pdf>. [Accessed: 16 Juni 2026]

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 18 Juni 2026



Klio Lysander (13525020)